# Optika és relativitáselmélet
## 3. gyakorlat

*Szükséges előimeretek:* Poynting-vektor, Helmholtz-egyenlet, sík-, gömb- és hengerhullámok, Brewster-szög, Fresnel-formulák (fizikai jelentése);

**Tesztfeladatok órára:**

**F1.** Egy vákuumban terjedő elektromágneses síkhullámban a mágneses indukcióvektort a szokásos jelölésekkel a $\boldsymbol{B}(\boldsymbol{r},t) = \boldsymbol{B}_0 \cos(-ky - \omega t)$ kifejezés adja meg. Adjuk meg a $\boldsymbol{B}_0/|\boldsymbol{B}_0|$ vektort, ha az origóban a $t = \pi/\omega$ időpillanatban az elektromos térerősség a pozitív $z$ irányba mutat!

**A)** $(-1,0,0)$ **B)** $(1,0,0)$ **C)** $(0,1,0)$ **D)** $(0,-1,0)$ **E)** $\frac{1}{\sqrt{2}}(1,1,0)$

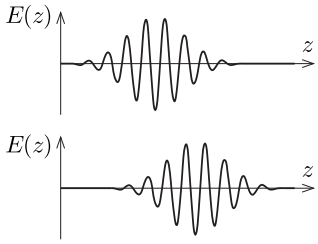
**F2.** Egy vákuumban terjedő elektromágneses síkhullám hullámszámvektora az $(1,1,0)$ vektorral jellemzett irányba mutat, az elektromos térerősség legnagyobb értéke $E_0$. Mekkora az $x$–$z$ síkban fekvő felületre eső fény időátlagolt intenzitása? (Itt $c$ a fénysebesség, $\varepsilon_0$ és $\mu_0$ pedig a vákuum permittivitása, illetve permeabilitása.)

**A)** $\frac{\sqrt{2}}{2}\varepsilon_0 c E_0^2$ **B)** $\frac{1}{2}\varepsilon_0 c E_0^2$ **C)** $\frac{1}{2}\frac{E_0^2}{\mu_0 c}$ **D)** $\frac{1}{\sqrt{8}}\frac{E_0^2}{\mu_0 c}$ **E)** $\frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}E_0^2$

**F3.** Vákuumban haladó, $E_0$ amplitúdójú, transzverzális mágneses (TM) polarizáltságú elektromágneses síkhullám érkezik $n$ törésmutatójú dielektrikum sík határfelületére a Brewster-szöggel megegyező beesési szögben. Mekkora a közegben továbbhaladó hullám amplitúdója?

**A)** $\frac{E_0}{n^2}$ **B)** $\frac{E_0}{n}$ **C)** $\frac{E_0}{\sqrt{n}}$ **D)** $E_0$ **E)** $\sqrt{n}\,E_0$

**F4.** Az *ábra* az elektromos térerősséget mutatja a $z$ koordináta függvényében egy $z$ irányba $c$ csoportsebességgel haladó elektromágneses hullámcsomagban két tetszőleges, egymást követő időpillanatban. Mekkora a fázissebesség?




**A)** 0 **B)** $c/2$ **C)** $c$

**D)** $2c$ **E)** egyik sem

**F5.** Vizsgáljuk a következő parciális differenciálegyenlet hullámmegoldásait:

$$\frac{\partial^3}{\partial x^3}u(x,t) - \mathrm{i}\alpha\, u(x,t) = \beta\frac{\partial}{\partial t}u(x,t),$$

ahol $\alpha$ és $\beta$ pozitív konstansok. Mekkora $k$ hullámszám esetén lesz az egyenletet kielégítő hullámok fázissebessége minimális?

**A)** $\sqrt[3]{\alpha}$ **B)** $\alpha\beta^2$ **C)** $\sqrt[3]{\alpha/2}$ **D)** $2\alpha/\beta$ **E)** $\sqrt[3]{2\alpha}$

**További gyakorló feladatok:**

**Gy1.** Az $n$ törésmutatójú közegben terjedő elektromágneses síkhullám $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t)$ elektromos tere SI egységekben a következő alakú:

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t) = E_0 \begin{pmatrix} 1 \\ p \\ 0 \end{pmatrix} \cos\left[\frac{\pi}{3}\left(\sqrt{3}x + \frac{\sqrt{2}}{2}y + \frac{\sqrt{2}}{2}z\right) \times 10^7 - 3{,}7 \times 10^{15} t\right],$$

ahol $E_0$ egy konstans.

- Milyen irányban terjed a hullám?
- Határozzuk meg a $p$ paraméter értékét!
- Határozzuk meg a $\lambda$ hullámhosszt, az $\omega$ körfrekvenciát, a $T$ periódusidőt és a fázissebességet!
- Mekkora a közeg $n$ törésmutatója?
- Határozzuk meg a $\boldsymbol{B}(\boldsymbol{r}, t)$ mágneses teret!
- Írjuk fel az $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}, t)$ teret komplex formában (azaz amelynek valós része éppen $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}, t)$)! Mekkorák a tér komplex amplitúdó-komponensei?

**Gy2.** A Klein-Gordon egyenlet gyakran előkerül a fizikában:

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - m^2 u,$$

ahol $m$ egy $\mathrm{m}^{-1}$ dimenziójú konstans. Ilyen alakú egyenlet írja le például egy hullámvezetőben (koax kábel) az elektromágneses hullámok terjedését vagy a spin nélküli relativisztikus részecskék (pl. pion) hullámfüggvényét.

Számítsuk ki és ábrázoljuk az egyenlet diszperziós relációját, valamint a fázissebességet és a csoportsebességet!

*b*) Számítsuk ki a fázissebességet és a csoportsebességet! Vázlatosan ábrázoljuk is a diszperziós relációt, csoportsebességet és a fázissebességet!

**Gy3.** Három síktükröt összeillesztünk úgy, hogy síkjaik páronként merőlegesek legyenek egymásra. A hullámszámvektor fogalmával mutassuk meg, hogy a rendszerre ejtett lézersugár a három tükörről való visszaverődés után eredeti irányával párhuzamos irányban verődik vissza. (Így működik a macskaszem, amely sok hasonló kis cellából áll.)