Hőtan és folytonos közegek mechanikája 7. gyakorlat

Szükséges előismeretek: Parciális derivált, Taylor-sorfejtés, állapotegyenlet, hőtágulási együttható, izoterm kompresszibilitás, ideális gáz állapotegyenlete

Órai feladatok:

1. feladat

Adott az alábbi két változós függvény $f(x,y) = ax + by + \frac{x}{y^2} + cxy$.

a) Számoljuk ki a $\left.\frac{\partial f}{\partial x}\right|_y$ és a $\left.\frac{\partial f}{\partial y}\right|_x$ parciális deriváltakat!

b) Lássuk be a Young-tételt, azaz $\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} = \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$!

2. feladat

Fejtsd Taylor-sorba az alábbi függvényeket!

$$
\begin{aligned}
f(x) &= 3x^2 + 1 \text{ függvényt } x_0 = 1 \text{ körül másodrendig.} \\
g(x,y) &= x^2 + 3y^2 - 2xy \text{ függvényt } x_0 = 1 \text{ és } y_0 = 2 \text{ körül elsőrendig.}
\end{aligned}
$$

3.feladat

Lássuk be a parciális deriváltakra vonatkozó alábbi azonosságokat! Használjuk a teljes differenciál felírását $dz = \left.\frac{\partial z}{\partial x}\right|_y dx + \left.\frac{\partial z}{\partial y}\right|_x dy$!

$$
\begin{aligned}
\left.\frac{\partial z}{\partial x}\right|_y &= \left.\frac{\partial z}{\partial q}\right|_y \left.\frac{\partial q}{\partial x}\right|_y \\
\left.\frac{\partial z}{\partial x}\right|_y &= \left(\left.\frac{\partial x}{\partial z}\right|_y \right)^{-1} \\
\left.\frac{\partial x}{\partial y}\right|_z &= -\frac{\left.\frac{\partial z}{\partial y}\right|_x}{\left.\frac{\partial z}{\partial x}\right|_y} \\
-1 &= \left.\frac{\partial z}{\partial x}\right|_y \left.\frac{\partial x}{\partial y}\right|_z \left.\frac{\partial y}{\partial z}\right|_x
\end{aligned}
$$

4.feladat

Az ideális gáz állapotegyenlete: $pV = nRT$. Lássuk be ideális gáz esetén az alábbi összefüggést:

$$
\left.\frac{\partial p}{\partial V}\right|_T \left.\frac{\partial V}{\partial T}\right|_p \left.\frac{\partial T}{\partial p}\right|_V = -1!
$$

Teljesül-e az összefüggés tetszőleges állapotegyenlet esetén?

5. feladat Definiáljuk a hőtágulási együtthatót és izoterm kompresszibilitást a következő módon:

$$
\begin{aligned}
\beta &= \frac{1}{V} \left.\frac{\partial V}{\partial T}\right|_p \\
\kappa_T &= -\frac{1}{V} \left.\frac{\partial V}{\partial p}\right|_T .
\end{aligned}
$$

Határozzuk meg a hőtágulási együttható és az izoterm kompresszibilitás értékét ideális gáz esetében!

6. feladat
Becsüljük meg egy szobában található levegő tömegét!

Gyakorló feladatok:
Útban a modern fizikához 20A-1-tól 20A-28-ig.

Beadandó feladatok:

Határidő: 2020. április 10. 20:00, A Canvas rendszerben lehet feltölteni, a megadott formai feltételek mellett.

1. beadandó feladat Tekintsük az $f(x,y) = x^y$ kétváltozós függvényt!
a) Számoljuk ki a $\frac{\partial f}{\partial x}\Big|_y$ és a $\frac{\partial f}{\partial y}\Big|_x$ parciális deriváltakat!
b) Lássuk be a Young-tételt, azaz $\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} = \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$!
c) Fejtsük Taylor-sorba elsőrendig az $x_0 = 2$, $y_0 = 1$ pontok körül.
d) Számoljuk ki a $\frac{\partial x}{\partial f}\Big|_y$ és $\frac{\partial x}{\partial y}\Big|_f$ mennyiségeket!

2. beadandó feladat
Az 'ismeretlen gáz' állapotegyenlete a következő alakú $\left(p + \frac{a}{V^3}\right) V = nRT$, ahol a a gázra jellemző állandó. Határozzuk meg a hőtágulási együttható és az izoterm kompresszibilitás értékét az 'ismeretlen gáz' esetében!
Segítség: Ha nem megy ne erőltessük, nézzük meg inkább a 3.feladatot, hátha támad egy jó ötletünk.

3. beadandó feladat Egy 300 m^3-es tanteremben a fűtést bekapcsoltuk, így a kezdeti 20 °C-ról 27 °C-ra emeltük a levegő hőmérsékletét. Mennyivel változott meg a teremben található levegő tömege? Ne felejtsük el, hogy a terem nincs elzárva a környezetétől, így benne a nyomás végig állandó, melynek értéke kb. 100 kPa.